Mathematik

– Grundlagenkurs –

Name: ______________________________

Klasse: ______________________________

Version MA-14-09-03

Herausgeber:

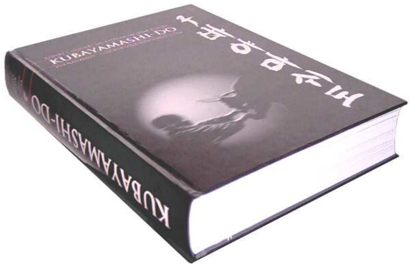
Kubayamashi-Do – Studien- und Fachbuchverlag
Bleichstraße 20
60313 Frankfurt am Main
http://www.kubayamashi.com
info@kubayamashi.com

Inhaltsverzeichnis

Einstufungstest

Themen: Dreisatz oder Kreuzrechnung, umrechnen, runden

Vorgehensweise: Bei den folgenden Aufgaben runde bei Papierbögen auf drei Stellen nach dem Komma, bei Umschlägen auf zwei Stellen nach dem Komma und bei ganzen Büchern auf eine Stelle nach dem Komma. Die Verwendung eines Taschenrechners ist ☐ geboten, ☐ erlaubt, ☑ nicht erlaubt.



Aufgabe 1
Ein. 1,18 kg schweres Buch hat in seiner dritten Ausgabe, die 496 Seiten umfasst, eine Höhe von 24 cm, eine Breite von 18 cm und ist 4 cm dick. Der Hardcover-Umschlag besteht aus einem stabilen Karton mit einer Stärke von 2 mm. Die Innenseiten des Buches sind auf einem Papier gedruckt, das einem Gewicht von 100 g/m² entspricht.

a) Wie stark (dick) ist jeder einzelne Papierbogen der Innenseiten?

b) Wie schwer sind die einzelnen Papierbögen der Innenseiten?

c) Wie schwer ist ausschließlich der Umschlag des Buches?

☝ **Zur Beachtung:** Bedenke, dass sich auf jedem Papierbogen zwei Innenseiten befinden und der Umschlag drei Flächen umschließt!

Aufgabe 2
Die ersten beiden Ausgaben des Buches wurden noch im DIN A4-Format (29,7 cm Höhe, 21 cm Breite) angefertigt und umfassten in der ersten Ausgabe 294 Seiten und in der zweiten Ausgabe 384 Seiten. Satt des Hardcover-Umschlages hatten beide Ausgaben noch einen Softcoverumschlag, bestehend aus einem flexiblen Karton, der einem Gewicht von 250 g/m² entsprach. Die Innenseiten wurden aus dem gleichen Papier gefertigt, wie in Aufgabe 1. Um eine glatte Fläche der unverbundenen Randlinie (oben, rechts und unten) zu gewährleisten, wurde diese bei den Softcover-Exemplaren jeweils um 1,5 cm beschnitten.

a) Wie dick waren jeweils beide Ausgaben?

b) Wie schwer waren jeweils beide Ausgaben in kg?

Punkte:

Bewertungen	1a	1b	1c	2a	2b	#
Rechenweg	/ 2	/ 3	/ 3	/ 5	/ 19	/ 32
Rundung	/ 1	/ 0	/ 0	/ 2	/ 6	/ 9
Ergebnis	/ 1	/ 1	/ 1	/ 2	/ 2	/ 7
Gesamt:	/ 4	/ 4	/ 4	/ 9	/ 27	/ 48

Note:

1	1-	2+	2	2-	3+	3	3-	4+	4	4-	5+	5	5-	6+	6
–48	–45	–42	–39	–36	–33	–31	–28	–25	–22	–19	–16	–13	–10	–7	–4

Zahlenmengen

Eine Zahlenmenge, respektive ein Zahlenbereich oder ein Zahlenraum, ist eine genau definierte Menge von Zahlen. Hierunter werden nicht nur die Elemente einer Menge verstanden, sondern auch die verschiedenen mathematischen Operationen, die man in diesen Mengen uneingeschränkt durchführen kann.

Im Folgenden werden für den Grundkurs auszugsweise einige in der Mathematik definierten Zahlenmengen lediglich zum allgemeinen Verständnis über die Terminologie aufgeführt.

Übliche Zahlenmengen
Die Zahlenmengen wird traditionell mit aufrecht stehenden fett gedruckten Großbuchstaben (**N, Z, Q, R** usw.) bezeichnet. Modernerweise werden sie mit doppelten Strichen versehen (beispielsweise $\mathbb{N}$).

Natürliche Zahlen (**N**)
Sie werden verwendet, um eine Anzahl von Dingen zu beschreiben oder diese zu ordnen. Die Menge umfasst die Zahlen 0*, 1, 2, 3, 4, 5 usw. Eine wichtige Teilmenge der natürlichen Zahlen ist die Menge der Primzahlen.

* = Nicht in allen Mathematik-Lehrbüchern wird die Null als natürliche Zahl bezeichnet. Insbesondere in älteren Publikationen wird oftmals aufgrund verschiedener Ansichtsweisen der Gelehrten auf die entsprechende Zuordnung verzichtet.

Ganze Zahlen (**Z**)
Sie erweitern die natürlichen Zahlen um negative ganze Zahlen. Durch sie kann man uneingeschränkt subtrahieren. Die Menge umfasst die Zahlen ... –5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 ...

Rationale Zahlen (**Q**)
Sie umfassen die Menge aller Bruchzahlen. Bruchzahlen sind die Quotienten jeweils zweier ganzer Zahlen, bei denen der Divisor (Nenner) nicht 0 sein darf.

Kreiszahl

Irrationale Zahlen
Ihre Dezimaldarstellung ist weder endlich, noch periodisch. Irrationale Zahlen sind beispielsweise **π** (3,14159...) sowie die Eulersche Zahl **e** (2,71828...). Sie ergeben sich rechnerisch beispielsweise auch durch $\sqrt{2}$.

Grundlage des natürlichen Logarithmus
sowie der Exponentialfunktion

Reelle Zahlen (**R**)
Sie bilden eine Synthese aus den <u>rationalen Zahlen</u> und den <u>irrationalen Zahlen</u> - unendliche, nicht periodische und demzufolge nicht als Bruch darstellbare Zahlen.

<u>Aufgabe</u>
Erörtere jeweils anhand eines Beispiels aus Leben, Natur, Ausbildung oder Beruf die vier oben genannten Zahlenmengen.

Grundrechenarten

Addition und Subtraktion sind Rechenoperationen der ersten Stufe, Multiplikation und Division der zweiten Stufe. Grundsätzlich werden Operationen in runden Klammern immer zuerst ausgeführt. Falls Operationen der gleichen Stufe hintereinander stehen, werden sie von links nach rechts ausgeführt.

Addieren – das Zusammenzählen:
Summand + Summand = Summe **2 + 3 = 5**

Subtrahieren – das Abziehen:
Minuend - Subtrahend = Differenz **8 - 7 = 1**

Multiplizieren – das Malnehmen:
Multiplikand * Multiplikator = Produkt, bzw. Faktor * Faktor = Produkt **2 · 3 = 6**

Dividieren– das Teilen:
Dividend : Divisor = Quotient **6 : 2 = 3**
Die Division gilt nur für Divisoren $\neq 0$.

Regeln:

Kommutativgesetz der Addition
Gemäß dem Kommutativgesetz *(lat. commutare = „vertauschen“)* können die Argumente einer Operation vertauscht werden, ohne dass sich am Ergebnis etwas ändert. Gehorcht eine mathematische Operation dem Kommutativgesetz, nennt man sie kommutativ.

$$a+b = b+a$$

Kommutativgesetz der Multiplikation

$$a*b = b*a$$

Assoziativgesetz der Addition
Gemäß dem Assoziativgesetz *(lat. associare = „verbinden“)* ist eine (zweistellige) Verknüpfung assoziativ, wenn die Reihenfolge der Ausführung, also die Klammer-ung mehrerer assoziativer Verknüpfungen beliebig ist.

$$(a+b)+c = a+(b+c) \quad a-b = -(b-a) \quad (a-b)-c = a-(b+c)$$

Assoziativgesetz der Multiplikation

$$(a*b)*c = a*(b*c) \quad a:b = 1:(b:a) \quad (a:b):c = a:(b*c) \quad a:(b:c) = (a:b)*c$$

Distributivgesetz
Das Distributivgesetze *(lat. distribuere = „verteilen“)* gibt an, wie sich zwei zweistellige Verknüpfungen bei der Auflösung von Klammern zueinander verhalten.

$$a*(b+c) = a*b + a*c$$

Übungsaufgaben

4		**6**	**7**	**X**			
		8			**4**		
			1				**8**
					8	**8**	

Die Gegenzahl einer rationalen Zahl erlangt man durch Änderung des Vorzeichens.
Beispiele:
(-1) * (-7) = +7 statt **(-1)* (-7)** schreibt man jedoch **–(-7)**
(-2) * (+4) = -8
(-3) * (+¾) = -¾
(-4) * (-¼) = +1

Aufgabe 1: Berechne die Produkte:
a) –(-5) **b)** –(+7) **c)** –(+½) **d)** –(-¾) **e)** –0

Aufgabe 2: Berechne x:
a) –x = +5 **b)** –x = -8 **c)** –x = +¾ **d)** –x = -½ **e)** –x = -0,7

Aufgabe 3: Berechne die Produkte:
a) –(+3)-(+5) **b)** –[(-6)+(+9)] **c)** –[(-2)*(+9)] **d)** –[(+5)*(-3)]

Aufgabe 4: Weitere Übungen nach Diktat:

Bruchrechnen

Ein Bruch definiert sich durch: $\frac{\text{Zähler}}{\text{Nenner}}$

Echter Bruch
Der Zähler ist kleiner als der Nenner und es gibt kein Ganzes $\frac{6}{7}$

Unechter Bruch
Der Zähler ist größer als der Nenner und es gibt dann mindestens ein Ganzes $\frac{5}{3}$

Dezimalbruch
$0{,}25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

Gemischte Zahl
Bsp.: Ganze Zahl und ein Bruch
$5\frac{3}{4} = 5 + \frac{3}{4}$

Gleichnamige Brüche
Alle Nenner sind gleich
$\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}$

Ungleichnamige Brüche
Nicht alle Nenner sind gleich
$\frac{1}{5}, \frac{2}{4}, \frac{3}{5}$

Kürzen von Brüchen
Zähler und Nenner werden durch die gleiche Zahl dividiert. Man kann maximal durch den größten gemeinsamen Teiler des Nenners und des Zählers dividieren. Der Wert des Bruches bleibt dabei erhalten.
$\frac{6}{8} = \frac{6:2}{8:2} = \frac{3}{4}$

Erweitern von Brüchen
Zähler und Nenner werden mit der gleichen Zahl multipliziert. Der Wert des Bruches bleibt dabei erhalten.
$\frac{3}{2} = \frac{3*3}{2*3} = \frac{9}{6}$

Addieren und Subtrahieren gleichnamiger Brüche
Die Zähler werden addiert oder subtrahiert, während der Nenner beibehalten wird.
$\frac{6}{9} + \frac{2}{9} - \frac{1}{9} = \frac{6+2-1}{9} = \frac{7}{9}$

Addieren und Subtrahieren ungleichnamiger Brüche
Die Nenner werden durch Erweitern auf ein gemeinsames Vielfaches, meist das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV) aller Nenner, gebracht und somit zu gleichnamigen Brüchen.
$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3+6-4}{12} = \frac{5}{12}$

Multiplizieren von Brüchen
Zähler mal Zähler durch Nenner mal Nenner.
$\frac{5}{8} * \frac{3}{2} = \frac{5*3}{8*2} = \frac{15}{16}$

Dividieren von Brüchen
Man multipliziert den Dividend mit dem Kehrwert des Divisors.
$\frac{5}{8} : \frac{3}{2} = \frac{5}{8} * \frac{2}{3} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$

Umwandeln von Dezimalbrüchen
Abbrechende Dezimalbrüche werden als Bruch mit einer Zehnerpotenz im Nenner geschrieben und anschließend gekürzt.
$0{,}04 = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$

Bei periodischen Dezimalbrüchen vermindert man die Zehnerpotenz um 1.
$0{,}243243243\ldots = 0{,}\overline{243} = \frac{243}{999} = \frac{9}{37}$

Im nicht sofort periodischen Fall sieht dies wie am folgenden Beispiel gezeigt aus:

$$5{,}0681681681\ldots = 5{,}0\overline{681} = 5 + \frac{6}{100} + \frac{81}{9900} = 5 + \frac{66+9}{1100} = 5 + \frac{77}{1100} = 5\frac{3}{44}$$

Dezimalzahlen, die weder abbrechen noch periodisch werden, lassen sich nicht exakt als Bruch schreiben.

Potenzen

Eine Potenz ist ein Produkt aus gleichen Faktoren, wobei die Grundzahl, also die Basis, der mehrfach auftretende Faktor ist. Die Hochzahl, also der Exponent, gibt hierbei die Häufigkeit des vorkommenden Faktors an.

Potenz = $(-2)^5$ Exponent (Hochzahl) Potenzwert

$$(-2)^5 = (-2)*(-2)*(-2)*(-2)*(-2) = -32$$

Basis(Grundzahl)

Entsprechend gilt also:

$(-5)^3 = (-5) * (-5) * (-5) = -75$

$(-3/4)^2 = (-3/4) * (-3/4) =$ ________________

<u>Aufgabe – Übungen nach Diktat:</u>

Gleichungen

Die einfache Form einer quadratischen Gleichung entspricht $x^2 = a$. Die höchste vorkommende Potenz von x ist bei einer quadratischen Gleichung x^2. Es ist jedoch möglich, dass auch ein Glied mit x vorkommt, z. B. $3x^2 + 4x + 5 = 0$.

Wenn $a \neq 0$ ist, entspricht die **allgemeine Form** einer quadratischen Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$. Gewöhnlich werden quadratische Gleichungen in der Grundmenge **R**, also der Menge der reellen Zahlen, gelöst. Die **Normalform** einer quadratischen Gleichung erhält man, indem man die Gleichung durch a dividiert.

Folgend gilt jeweils x_1 mit "+" und x_2 mit "-". Bei den Übungsaufgaben ist die Verwendung eines Taschenrechners ☑ erlaubt, ☐ nicht erlaubt.

Allgemeine Form:

$$ax^2 + bx + c = 0$$
$$\text{mit } a \neq 0$$

Lösungsformel:

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Diskriminante $D = b^2 - 4ac$

Normalform:

$$x^2 + px + q = 0$$

Lösungsformel:

$$x_{1/2} = \frac{-p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

Diskriminante $D = \frac{p^2}{4} - q$

Aufgabe 1

Berechne jeweils x_1 und x_2:

1. a = 7	b = 14	1. p = 7	q = 14
2. a = 3,625	b = 7,33	2. p = 15,75	q = 12,25
3. a = -4	b = -7	3. p = -25	q = 16
4. a = 22,3	b = -5	3. p = 12,25	q = -33

Binomische Formeln

Die Binomischen Formeln gelten in allen kommutativen Ringen. Sie werden in der Algebra zur Darstellung sowie zum Lösen von Quadrat-Binomen verwendet.

erste Binomische Formel	(Plus-Formel)	$(a+b)(a+b) = a^2+2ab+b^2$
zweite Binomische Formel	(Minus -Formel)	$(a-b)(a-b) = a^2-2ab+b^2$
dritte Binomische Formel	(Plus-Minus-Formel)	$(a+b)(a-b) = a^2-b^2$

Aufgabe 2

Stelle die Rechenschritte dar, welche zu den jeweiligen oben dargestellten Ergebnissen der drei Binomischen Formeln ($a^2+2ab+b^2$, $a^2-2ab+b^2$ und a^2-b^2) führen.

Aufgabe 3

Berechne jeweils anhand aller drei Binomischen Formeln:

a = 7 b = 3	a = 12 b = 26	a = 2,3 b = 4,7	a = -9 b = 8,5	a = 7,3 b = -6,1	$a = 3^3$ $b = -4^2$	$a = -7^2$ $b = -9^3$	$a = 5(6^2-8^3)$ $b = (4^3+7)/1,2^2$

Funktion $y = x^2$

Eigenschaften

1. Für x können alle reellen Zahlen eingesetzt werden, weshalb der Definitionsbereich aus der Menge oder einer Teilmenge der reellen Zahlen bestehen kann.

2. Da das Quadrat einer Zahl immer größer oder gleich null ist, gibt es keine negativen Funktionswerte. Somit liegt die Kurve oberhalb der x-Achse. Der Wertebereich ist die Menge der nicht negativen reellen Zahlen oder einer Teilmenge davon.

3. Ist $x \leqq 0$, also links von der y-Achse, so verläuft die Funktion monoton fallend.

4. Ist $x \geqq 0$, also rechts von der y-Achse, verläuft sie monoton steigend.

5. Die zu einer Funktion gehörenden Punkte liegen nicht auf einer Geraden. Entsprechend wird der Graph einer quadratischen Funktion als Normalparabel bezeichnet.

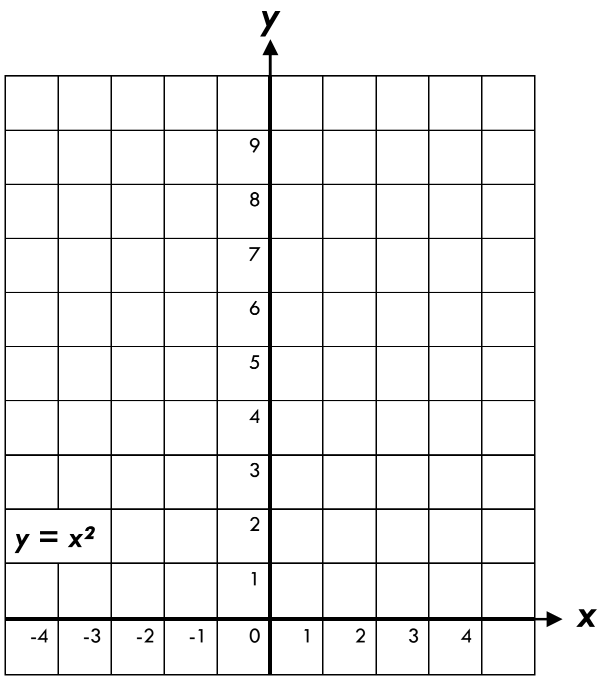
6. Da die Parabel die x-Achse bei $x = 0$ berührt, hat sie eine Nullstelle und heißt somit $x_0 = 0$

7. Der bedeutendste Punkt einer Parabel ist der Scheitelpunkt mit den Koordinaten S(0;0).

<u>Aufgabe 1:</u>

Berechne die Werte y und zeichne anschließend den Graphen in das Diagramm.

x	-3	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	3
$y = x^2$											



Dreisatz

Neben den Grundrechenarten ist der Dreisatz eine der im täglichen Leben am meisten gebrauchten Rechenarten. Beim Kauf von Waren, berechnen der Kraftstoffkosten eines KFZ oder beim Vergleich der Kalorienwerte ist er unabdingbar.

Der verallgemeinerte Dreisatz
Zwei KFZ wiegen 10 Tonnen, wie viel Tonnen wiegen drei KFZ zusammen?

Lösungsschritte:

1. 2 KFZ ≙ 10 Tonnen |:2
2. 1 KFZ ≙ 5 Tonnen |*3
3. 3 KFZ ≙ 15 Tonnen

Allgemein ausgedrückt:

Größe A	Größe B
a	b
c	x

Der einfache Dreisatz wird proportional berechnet. D.h., *x* wird im gleichen Verhältnis größer oder kleiner wie c. Der umgekehrte Dreisatz wird antiproportional berechnet. Hierbei verändert sich die Größe *x* stets im gleichen Verhältnis entgegen (diametral) der Größe c.

Die einfachste Rechenformel für den Dreisatz mit proportionaler Zuordnung stellt die **Kreuzrechnung** dar. Sie lautet:

$$x = \frac{c * b}{a}$$

Entsprechend gilt für den Dreisatz mit antiproportionaler Zuordnung:

$$x = \frac{b}{a * c}$$

Aufgabe 1
Pro elektrische Leitung werden 27,5“ Kupferdraht von einer Spule entnommen, die ursprünglich 50 m umfasst.

A) Wie viel Zoll ergeben 254 cm?
B) Berechne die verbleibende Länge des Kupferdrahtes nach der Entnahme von 23 Leitungen. Rechne jeweils in Inch sowie in Meter.

Aufgabe 2
Eine topographische Karte steht im Maßstab von 1:35.000. Welche Entfernung haben jeweils zwei geographische Punkte tatsächlich zueinander, deren Distanz auf der Karte wie folgt zu messen ist?

a) 37 mm;
b) 12,35 cm;
c) 1 m, 12 cm, 23 mm;
d) 17,637“

Aufgabe 3
Eine Wohngemeinschaft, bestehend aus drei Personen, hat eine Wohnung gemietet, deren Grundfläche 90 m² aufweist und inklusive der Umlagen für 987,16 Euro vermietet wird. Küche, Bad und Flur werden von den drei Mietern gemeinsam genutzt und deshalb auch zu gleichen Verhältnissen bezahlt. Die Zimmergrößen unterscheiden sich jedoch erheblich, sodass der jeweilige Mietzins auch nur entsprechend ihrer verhältnismäßigen Flächen berechnet wird. Zimmer **a** hat eine Fläche von 29,7 m²; Zimmer **b** entspricht 21,3 m²; Zimmer **c** hat nur noch 12,4 m². Wie viel Miete zahlt jeweils jeder der drei Personen?

Aufgabe 4

Zur Ermittlung der Jahres-Umlagen-Abrechnung eines Hauses werden sämtliche Posten je m^2 berechnet. Ausgenommen sind hierbei die explizit den Mietern zuordenbaren Kostenpunkte, welche durch Zähler erfasst werden. Einige der Wohnungen verfügen aufgrund erfolgter Sanierungen über eigene Wasserzähler (Wasseruhren), andere hingegen nicht. Gesamt wurden 571 m^3 Wasser verbraucht, der m^3-Preis liegt bei 1,87 Euro. Berechne die Wasserkosten für die jeweiligen Mieter:

Wohnung	**Fläche in m^2**	**Mietzeit in Monaten**	**Wasserverbrauch in m^3**	**Preis in Euro**
1	34	12	1	
2	21	12	ohne Zähler	
3	35	11	66	
4	26	7	63	
5	40	9	ohne Zähler	
6	26	10	54	
7	27	11	ohne Zähler	
8	90	12	68	
9	70	6	66	

1. Bevor du rechnest überlege dir genau, wie die Rechnung auszusehen hat.
2. Entscheide, welche Werte für Deine Rechnung an welcher Stelle von Bedeutung sind.
3. Entscheide, ob es besser ist, tabellarisch zu strukturieren oder die Kreuzrechnung anzuwenden.
4. Welche Faktoren erachtest du zusätzlich als erforderlich?
5. Bilde eine Gesamtformel, die bei Umstellung für jeden einzelnen Mieter gültig ist.

Lösungsblatt zur Aufgabe 5.5

Definitionen:

W = Wasser in m^3
W_g = Gesamtvolumen des Wassers in m^3
F = Nutzfläche in m^2
F_g = Gesamte Nutzfläche dieser Gruppe in m^2
M = Mietdauer in Monaten
M_g = Mietdauer aller Monate dieser Gruppe
P = Preis in €
A = Anteile der Kostenverteilung aus $F * \frac{M}{M_g}$

Formel:

$$P_2 = P_g * \frac{W_g - W_1 - W_3 - W_4 - W_6 - W_8 - W_9}{F_2 * \frac{M_2}{M_g} + F_5 * \frac{M_5}{M_g} + F_7 * \frac{M_7}{M_g}} * F_2 * \frac{M_2}{M_g}$$

Aufgaben:

1. Ermittler die Preisanteile für alle drei Mieter
2. Bilde eine Kontrollrechnung und begründe die Faktoren
3. Rechne in vollen Dezimalwerten sowie mit nur zwei Dezimalstellen und vergleiche die Ergebnisse
4. Ermittle die Fehlerquote in Prozent, die sich durch die gekürzten Dezimalstellen ergibt
5. Begründe welche der beiden Rechenmethoden (ob mit vollen Dezimalwerten oder auf zwei Stellen gekürzten) bei der Rechnung erforderlich ist
6. Erörtere anhand der Definition „*So genau wie nötig, statt so genau wie möglich*“ wie genau für das Berechnungsbeispiel Finanzen (an dieser Stelle Umlagen-Berechnung) die Dezimalstellen zu berücksichtigen sind – welche Faktoren sind maßgeblich?

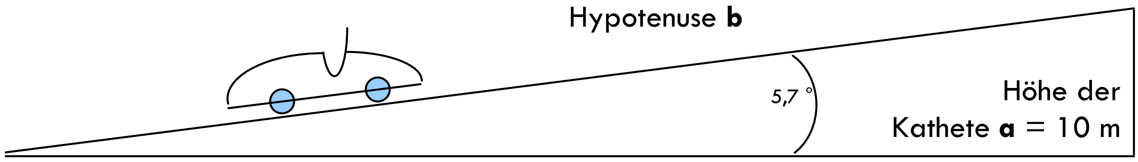
Prozentsatz

Den Prozentsatz berechnet man nach den Regeln des Dreisatzes:

107 % ≙	99,00 €	| 99: 107
1 % ≙	0,93 €	| * 7
7 % ≙	6,51 €	

oder mittels der Kreuzrechnung: $\frac{\mathbf{100\ m}}{\mathbf{10\ m}}$ **= 0,1 = 10 %**

Somit ergibt eine 10-prozentige Steigung bei einer Strecke von 100 m einen Höhenunterschied von 10 m.



Strecke der Kathete **c** = 100 m

<u>Aufgabe 1</u>
Berechne und begründe den Prozentsatz einer Steigung, die bei einer Strecke von 85,275 m einen Winkel von 45 ° hat.

<u>Aufgabe 2</u>
Um wie viel Prozent ist die aus Aufgabe 1 resultierende Strecke, die das Fahrzeug entlang der Hypotenuse **b** zu fahren hat, länger als die Strecke der Kathete **c**?

<u>Aufgabe 3</u>
Berechne in Bezug auf Arbeitsblatt [Dreisatz], Aufgabe 2, für jeden der drei Mieter, wie hoch seine Mietanteile in Prozent sind.

<u>Aufgabe 4</u>
Berechne in Bezug auf Arbeitsblatt [Dreisatz], Aufgabe 3, wie viel Prozent der Wasserkosten jeder der neun Mieter zu bezahlen hat.

<u>Aufgabe 5</u>
Ein Wiederverkäufer erhält vom Hersteller eines preisgebundenen Produktes einen Rabatt in Höhe von 23 Prozent des Ladenpreises. Ein anderes Produktionsunternehmen erhält hingegen einen Kollegenrabatt in Höhe von 36 Prozent. Berechne <u>wie viel Prozent des Wiederverkäufer-Rabatts</u> der Kollegen-Rabatt entspricht.

Zinsrechnung

Anfangskapital:	K_0 (Kapital nach 0 Jahren)
Endkapital:	K_n (Kapital nach n Jahren)
Laufzeit (ganze Jahre):	*n* Eingabe in Jahren
Laufzeit (Tage):	*t* Eingabe in Tagen
Zinssatz:	*p* (pro Zinsperiode)
- als Dezimalwert:	$i = \frac{p}{100\ \%}$
- als Zinsfaktor:	$q = 1 + i = 1 + \frac{p}{100\ \%}$

Einfache Zinsrechnung (lineare Verzinsung)
Hierbei werden anfallende und nicht ausgezahlte Zinsen sowie der zu verzinsende Geldbetrag nicht aufaddiert. Das Endkapital berechnet man mittels folgender Formel für jährliche Verzinsungen:

$$K_n = K_0 + K_0 * n * i = K_0 * (i * n + 1)$$

$$1.400 = 1.000+(1.000*2 * 0,2) = 1.000 * (0,2 * 2 + 1)$$

Um den Zinssatz oder die Laufzeit zu ermitteln, welche für ein bestimmtes Endkapital erforderlich sind, muss die Formel wie folgt umgestellt werden:

Zinssatz:

$$i = \frac{1}{n} * \left(\frac{K_n}{K_0} - 1 \right)$$

Laufzeit:

$$n = \frac{1}{i} * \left(\frac{K_n}{K_0} - 1 \right)$$

Zinseszinsrechnung (exponentielle Verzinsung)
Hierbei werden die nicht ausgezahlte Zinsen zum Grundbetrag aufaddiert. Die Formel für das Kapital nach n Jahren bei jährlicher Verzinsung und Zinseszinsen lautet:

$$K_2 = K_0 * (1 + i)^n = K_0 * q^n$$

$$K_2 = 1.000\ € * (1 + 0,05)^2 = 1.102,50\ €$$

Zwischentest

Themen: Prozentrechnen, Dreisatz od. Kreuzrechnung, umrechnen, runden

Vorgehensweise: Bei den folgenden Aufgaben runde Prozentangaben auf zwei Stellen nach dem Komma, m², cm- und Gramm-Werte auf eine Stelle nach dem Komma. Cent-Beträge werden auf volle Cent gerundet. Die Verwendung eines Taschenrechners ist ☐ geboten, ☐ erlaubt, ☑ nicht erlaubt.

Aufgabe 1
Für eine Taschenbuch-Reihe im Format 20 cm x 14 cm wurde für die Innenseiten ein Papier verwendet, das 90 g/m² wiegt. Der Softcoverumschlag wurde aus einem flexiblen Karton gefertigt, der ein Gewicht von 250 g/m² hat. Die Anfertigung von 64 Exemplaren eines 146 Seiten umfassenden Buches dieser Reihe kostet den Verlag € 364,31. In diesen Gesamtkosten sind 7 % Umsatzsteuer enthalten. Ein anderes Buch dieser Reihe, das jedoch nur 124 Seiten umfasst, kostet den Verlag bei gleicher Menge brutto € 319,12.

a) Wie viel kosten die beiden Bücher jeweils einzeln netto?

b) Wie viel kostet eine Buchseite netto?

c) Wie viel kostet ein Umschlag netto?

d) Wie viel würden 64 Exemplare eines Buches mit 154 Seiten brutto kosten?

> **Zur Beachtung:** Rechne nur in vollen Cent-Beträgen und bedenke, dass sich auf jedem Papierbogen zwei Innenseiten befinden!

Aufgabe 2
Die Bücher der in Aufgabe 1 genannten Reihe werden für den einheitlichen Preis von jeweils € 14,90 zum Verkauf angeboten.

a) Wie groß ist die Gewinnspanne für die drei verschiedenen Bücher in €?

b) Um wie viel Prozent unterscheiden sich die Gewinnspannen der beiden Bücher mit 124 und 154 Seiten zu dem Buch mit 146 Seiten?

Aufgabe 3
Wie schwer sind die drei verschiedenen Bücher? Ignoriere das Gewicht des Buchrückens.

Punkte:

Bewertung	1a1	1a2	1b	1c	1d	2a1	2a2	2a3	2b1	2b2	3.1	3.2	3.3	#
Rechenweg	2	2	3	3	3	2	2	2	1	1	5	3	3	32
Rundung	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	8
Ergebnis	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	13
Gesamt:	**4**	**4**	**4**	**4**	**5**	**4**	**4**	**4**	**3**	**3**	**6**	**4**	**4**	**53**

Note:

1	1-	2+	2	2-	3+	3	3-	4+	4	4-	5+	5	5-	6+	6
–53	–50	–47	–43	–40	–37	–34	–31	–29	–26	–23	–20	–17	–14	–11	–8

Geometrie

Fläche eines Rechtecks

Fläche eines Quadrates

Fläche eines Parallelogramms

Fläche einer Raute

Fläche eines Kreises

Fläche eines Kreissektors

Fläche eines Kreissegments

Fläche und Volumen eines Quaders

Fläche und Volumen eines Würfels

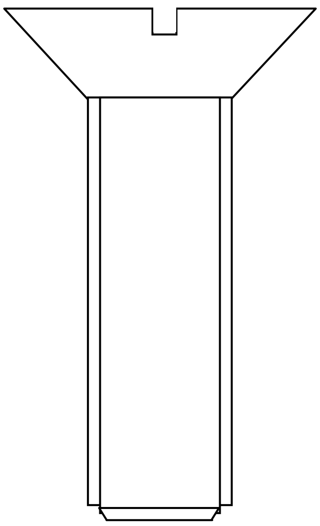
Fläche und Volumen eines Zylinders

Fläche und Volumen einer Pyramide

Fläche und Volumen eines Kegels

Fläche und Volumen einer Kugel

Berechnung des Volumens eines Schraubenmodels:



Abschlussprüfung

Zahlenmengen:

1. Ordne die Zahlen rechts ihren im vorangegangenen Unterricht definierten jeweiligen Zahlenmengen zu:

N Natürliche Zahlen
Z Ganze Zahlen
Q Rationale Zahlen
I Irrationale Zahlen
R Reelle Zahlen

	N	Z	Q	I	R
$7{,}21\overline{21}$	☐	☐	☐	☐	☐
$23{,}625\overline{625}$	☐	☐	☐	☐	☐
$\frac{\pi}{4}$	☐	☐	☐	☐	☐
$\sqrt{2}$	☐	☐	☐	☐	☐
12,5	☐	☐	☐	☐	☐
99	☐	☐	☐	☐	☐

Grundrechenarten und Bruchrechnen mit Potenzen:

2. Berechne: $5^2 * \frac{\pi}{4} + \frac{8}{12} * \frac{16}{3} - \frac{6}{2} / 5\frac{1}{4} * \sqrt{9} + (-2^2)(4^3) - (-\sqrt{49}) =$

____

____

____

Gleichungen:

3. Wie lautet die allgemeine Form einer quadratischen Gleichung, wenn $a \neq 0$ ist?

____

4. Wie nennt man die Form der quadratischen Gleichung, wenn die Lösungsformel wie folgt lautet?

$$x_{1/2} = \frac{-p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

____

5. Berechne anhand der „p-q-Formel" folgende Koordinaten:

1. $p = 3$ $q = 4{,}5$ ________ ________
2. $p = 4$ $q = 6{,}3$ ________ ________
3. $p = 5$ $q = 9{,}0$ ________ ________

6. Berechne anhand der binomischen
- Plusformel: $a = 24,\ b = 6$ ______________________________
- Minusformel: $a = 12,\ b = \frac{3}{4}$ ______________________________
- Plus-Minus-Formel: $a = \pi,\ b = \sqrt{2}$ ______________________________

7. Weshalb kann sich der aus der Formel $y = x^2$ resultierende Graph nicht zu einem Kreis schließen?

____

8. Könnte er es, wenn die quadratische Gleichung der Formel $y = x^3$ entspräche?

____

____

Dreisatz, Prozentsatz und Zinssatz:

<u>Formel für die Zinseszinsrechnung</u>

$$K_2 = K_0 * (1 + i)^n = K_0 * q^n$$

Anfangskapital:	K_0 (Kapital nach 0 Jahren)
Endkapital:	K_n (Kapital nach n Jahren)
Laufzeit (ganze Jahre):	*n* Eingabe in Jahren
Zinssatz:	*p* (pro Zinsperiode)

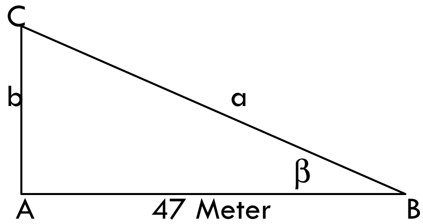
- als Dezimalwert: $i = \dfrac{p}{100\ \%}$
- als Zinsfaktor: $q = 1 + i = 1 + \dfrac{p}{100\ \%}$

9. Ein Kunde eröffnet mit 1.500 Euro bei einer Bank ein Sparkonto, für dessen Einlage er 6,75 Prozent Zinsen p. A. erhält. Nach zwei Jahren und neun Monaten hebt der Kunde 45 Prozent des bis dahin vorhandenen Kapitals ab, nach weiteren 2½ Jahren weitere 500 Euro. Danach lässt er das Konto unberührt, bis er 10 Jahren nach Eröffnung des Kontos ein weiteres Drittel des Betrags entnimmt. Wie hoch ist der auf dem Konto verbleibende Geldbetrag?

Geometrie:

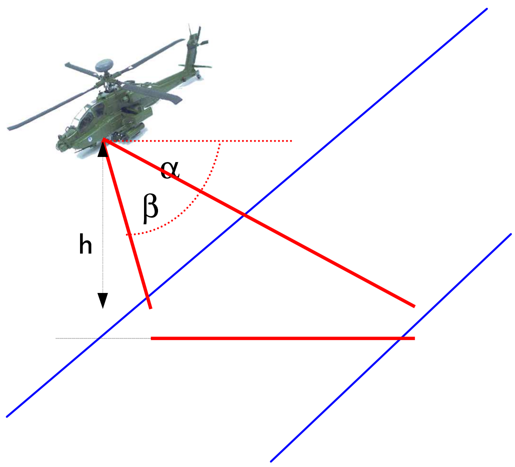
$$\cos \beta = \frac{c}{a}$$

Volumen einer Kugel: $V = \dfrac{4}{3}\pi r^3$



10. Ein Gebäude, das 28 ° gegen den Horizont angeschienen wird, wirft einen 47 Meter langen Schatten. Wie hoch ist das Gebäude?

11. Ein Hubschrauber, der die Ufer eines Flusses anpeilt sowie die Tiefenwinkel α und β misst, fliegt in einer Höhe (h) von 30 Meter. Wie breit ist der Fluss, wenn $\alpha = 25$ ° und $\beta = 60$ ° entsprechen?



12. Wie schwer ist eine Kugel aus reinem Wasser, deren Durchmesser der Breite des Flusses entspricht? Rechne in angemessenen Maßeinheiten.

Punkte:

Bewertungen	1	2	3	4	5	6	#
Rechenweg	/0	/19	/4	/0	/6	/3	/
Rundung	/0	/0	/0	/0	/0	/0	/
Ergebnis	/6	/1	/1	/1	/6	/1	/
Gesamt:	/6	/20	/5	/1	/12	/ 4	/

Bewertungen	7	8	9	10	11	12	#
Rechenweg	/0	/0	/8	/1	/10	/5	/
Rundung	/0	/0	/8	/1	/10	/5	/
Ergebnis	/1	/1	/2	/1	/10	/1	/
Gesamt:	/1	/1	/18	/3	/30	/11	/

Note:

1	1-	2+	2	2-	3+	3	3-	4+	4	4-	5+	5	5-	6+	6
–112	–105	–98	–91	–84	–77	–70	–63	–56	–49	–42	–35	–28	–21	–14	–7

Informationen zum Dokument

Sehr geehrter Nutzer,

Sie haben sich dieses Dokument auf www.kubayamashi.com/schule herunter geladen, um es für sich selbst oder den Schulunterricht mit Ihren Schülern zu verwenden. Da dieses Dokument regelmäßig erweitert wird, bitten wir Sie, uns folgende Fragen zu beantworten und an uns zurückzusenden. So haben wir die Möglichkeit, künftig auch Ihre individuellen Lernwünsche zu berücksichtigen.

1. Zu welchem Zweck verwenden Sie dieses Dokument?

- ☐ um selbst deutsch zu lernen
- ☐ um selbst besser deutsch zu lernen
- ☐ um privat andere in deutsch zu unterrichten
- ☐ um als Lehrer deutsch zu unterrichten
- ☐ ich arbeite in einer sozialen Einrichtung
- ☐ ich arbeite an einer öffentlichen Schule

2. Wie gut konnten Sie die Seiten dieses Dokumentes für den Unterricht nutzen?

- ☐ sehr gut
- ☐ gut
- ☐ ausreichend
- ☐ kaum
- ☐ gar nicht

3. Welche Seiten haben Ihnen besonders geholfen?

Seiten: ______________________________

4. Welche Seiten haben Ihnen kaum oder nicht geholfen?

Seiten: ______________________________

5. Welche Seiten hätten Sie gerne noch ausführlicher gestaltet?

Seiten: ______________________________

6. Zu welchen anderen Themen hätten Sie gerne Seiten für den Unterricht?

Themen: ______________________________

7. Platz für eigene Anmerkungen:

____

Wir danken Ihnen für die Beantwortung unserer Fragen. Bitte senden Sie uns Ihre Antworten an folgende Adresse:

Kubayamashi-Do – Studien- und Fachbuchverlag
Bleichstraße 20
60313 Frankfurt am Main
Fax: **03-21-21-21-85-78**,
E-Mail: **uni@kubayamashi.com**